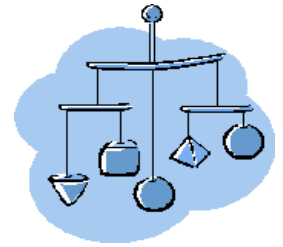




Rotatorisches Gleichgewicht: Eine Frage der Balance



Von TryEngineering - www.tryengineering.org

Klicken Sie hier, um Ihr Feedback zu dieser Unterrichtseinheit abzugeben.

Im Mittelpunkt dieser Lektion

In dieser Lektion wird das Konzept des rotatorischen Gleichgewichts erklärt. Hinweis: Dieser Unterrichtsplan ist nur für den Einsatz im Klassenzimmer unter Aufsicht durch einen Lehrer vorgesehen, der sich mit Konzepten der Elektrizität und Elektronik auskennt.

Zusammenfassung dieser Lektion

Anhand der Aktivität „Rotatorisches Gleichgewicht“ werden Schüler und Schülerinnen dazu motiviert, die Grundkonzepte des rotatorischen Gleichgewichts zu untersuchen. Die Schüler und Schülerinnen schätzen und bestimmen in Teamarbeit die Kraft im Design eines Mobiles, bevor die Gruppen dann ihre Ergebnisse untereinander vergleichen und besprechen.

Altersstufen

14-18.

Ziele

- ✦ Die Schüler und Schülerinnen sollen etwas über die Grundkonzepte des rotatorischen Gleichgewichts lernen.
- ✦ Die Schüler und Schülerinnen sollen einfache algebraische Manipulationen durchführen.
- ✦ Die Schüler und Schülerinnen sollen grafische Darstellungstechniken anwenden.
- ✦ Die Schüler und Schülerinnen sollen lernen, Ergebnisse vorherzusagen und Schlussfolgerungen zu ziehen.
- ✦ Die Schüler und Schülerinnen sollten etwas über das Arbeiten in Gruppen (Teamarbeit) lernen.

Kompetenzerwartung

Als Ergebnis dieser Aktivität sollten die Schüler und Schülerinnen ein Verständnis der folgenden Konzepte entwickeln:

- ✦ rotatorisches Gleichgewicht
- ✦ einfache algebraische Gleichungen
- ✦ grafische Darstellungen
- ✦ Entwickeln und Testen von Vorhersagen
- ✦ Teamarbeit

Aktivitäten dieser Lektion

Die Schüler und Schülerinnen werden ein Mobile bauen und testen, um die Prinzipien des rotatorischen Gleichgewichts zu erforschen. Sie werden Vorhersagen über die Kräfte auf jeder der drei Ebenen des Mobiles treffen, in Teams die Mobiles bauen und ihre Vorhersagen testen, die Teamergebnisse analysieren und mit den Ergebnissen der anderen Gruppen vergleichen. Zur Konstruktion ihrer Mobiles müssen die Schüler und Schülerinnen zwei lineare algebraische Gleichungen lösen. Dazu verwenden sie drei verschiedene Methoden: die Substitutionsmethode, die Darstellung der Gleichungen als Kurven und Ermitteln des Schnittpunkts und die Determinantenmethode.



Ressourcen/Materialien

- ✦ Ressourcendokumente für Lehrer (liegen bei)
- ✦ Schülerarbeitsblatt (liegt bei)
- ✦ Ressourcenblatt für Schüler (liegt bei)

Abstimmung auf Lehrpläne

Siehe das beiliegende Lehrplan-Abstimmungsblatt.

Weiterführende Websites

- ✦ TryEngineering (www.tryengineering.org)
- ✦ Alexander Calder Foundation (www.calder.org); in englischer Sprache.
- ✦ IEEE Virtual Museum (www.ieee-virtual-museum.org); in englischer Sprache.
- ✦ ITEA Standards for Technological Literacy: Content for the Study of Technology (www.iteawww.org/TAA/Publications/STL/STLMainPage.htm); in englischer Sprache.
- ✦ McREL Compendium of Standards and Benchmarks (www.mcrel.org/standards-benchmarks) Eine absuchbare Zusammenstellung inhaltsbezogener Standards für Lehrpläne vom Kindergarten bis zur 12. Klasse. In englischer Sprache.
- ✦ National Council of Teachers of Mathematics: Grundsätze und Standards für den Mathematikunterricht (www.nctm.org/standards); in englischer Sprache.
- ✦ National Institute of Standards and Technology (NIST) (www.nist.gov) Informationen über Messungen und Messunsicherheit.
- ✦ Nationale Standards für die Wissenschaftsausbildung (www.nsta.org/standards); in englischer Sprache.

Literaturempfehlungen

- ✦ Alvin Halpern, *3,000 Solved Problems in Physics* (McGraw-Hill Trade, ISBN: 0070257345) (englisch)
- ✦ Jean Lipman und Margaret Aspinwall, *Alexander Calder and His Magical Mobiles* (Hudson Hills Press, ISBN: 0933920172) (englisch)
- ✦ Timothy Rose, *Exploring the Fine Art of Mobiles* (Chronicle Books LLC, ISBN: 0811825639) (englisch)
- ✦ Howard Greenfeld, *The Essential Alexander Calder* (Harry N Abrams, ISBN: 0810958341) (englisch)

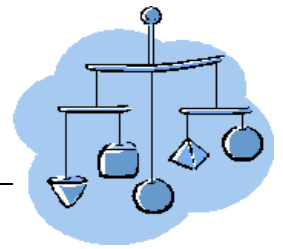
Optionale Schreibaktivität

- ✦ Schreibe einen Aufsatz (oder einen Absatz [für jüngere Schüler]) darüber, wie Alexander Calder (1898-1976) die Konzepte des rotatorischen Gleichgewichts in seinen Mobiles umsetzte. Calder war ein moderner Künstler, der vor allem wegen seiner Skulpturen und großen Mobiles Berühmtheit erlangte. Ein gutes Beispiel eines Calder-Mobiles befindet sich im John F. Kennedy International Airport, New York. Auf der Website der National Gallery of Art (www.nga.gov) stehen zahlreiche Ressourcen zu Calder zur Verfügung.

Quellen

Ralph D. Painter
Florida West Coast USA Section des IEEE
URL: <http://ewh.ieee.org/r3/floridawc>

Rotatorisches Gleichgewicht: Eine Frage der Balance



Für Lehrer: Abstimmung auf Lehrpläne

Hinweis: Alle Unterrichtspläne dieser Serie sind mit den vom National Research Council veröffentlichten und von der National Science Teachers Association unterstützten *National Science Education Standards* (Lernziele in den Naturwissenschaften) und darüber hinaus mit den *Standards for Technological Literacy* (Standards für technische Bildung) der International Technology Education Association oder den *Principles and Standards for School Mathematics* (Grundsätze und Standards für den Mathematikunterricht) des National Council of Teachers of Mathematics abgestimmt.

◆ National Science Education Standards, 5. bis 8. Klasse (10-14 Jahre)

INHALTSSTANDARD A: Wissenschaft als Erkundung

Als Ergebnis dieser Aktivitäten sollten die Schüler und Schülerinnen Folgendes entwickeln:

- ✦ Zur Durchführung einer wissenschaftlichen Erkundung notwendige Fähigkeiten
- ✦ Verständnis wissenschaftlicher Erkundungen

INHALTSSTANDARD B: Naturwissenschaft

Als Ergebnis ihrer Aktivitäten sollten die Schüler und Schülerinnen ein Verständnis des Folgenden entwickeln:

- ✦ Bewegungen und Kräfte
- ✦ Energieübertragung

◆ National Science Education Standards, 9. bis 12. Klasse (14-18 Jahre)

INHALTSSTANDARD A: Wissenschaft als Erkundung

Als Ergebnis dieser Aktivitäten sollten die Schüler und Schülerinnen Folgendes entwickeln:

- ✦ Zur Durchführung einer wissenschaftlichen Erkundung notwendige Fähigkeiten
- ✦ Verständnis wissenschaftlicher Erkundungen

INHALTSSTANDARD B: Naturwissenschaft

Als Ergebnis ihrer Aktivitäten sollten die Schüler und Schülerinnen ein Verständnis des Folgenden entwickeln:

- ✦ Bewegungen und Kräfte
- ✦ Energieerhaltung und Zunahme von Unordnung
- ✦ Wechselwirkung zwischen Energie und Materie

◆ Grundsätze und Standards für den Mathematikunterricht (6-18 Jahre)

Datenanalyse und Wahrscheinlichkeitsstandards

- ✦ Formulieren von Fragen, denen mit Daten begegnet werden kann, und Erfassen, Organisieren und Zeigen relevanter Daten, um sie zu bearbeiten.
- ✦ Entwickeln und Auswerten von datenbasierten Folgerungen und Vorhersagen.

Algebraische Standards

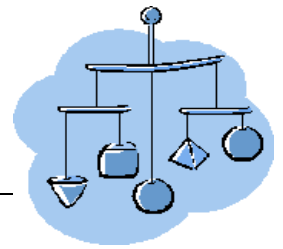
- ✦ Verständnis von Mustern, Beziehungen und Funktionen
- ✦ Darstellung und Analyse mathematischer Situationen und Strukturen anhand algebraischer Symbole.
- ✦ Gebrauch mathematischer Modelle, um quantitative Beziehungen darzustellen und zu verstehen.
- ✦ Analyse von Veränderungen in unterschiedlichen Kontexten.

◆ Standards für technische Bildung - alle Altersstufen

Design

- ✦ Standard 10: Die Schüler und Schülerinnen müssen ein Verständnis der Funktion der Fehlersuche, der Forschung und Entwicklung, von Erfindungen und Innovationen und der Experimentierung bei der Problemlösung entwickeln.

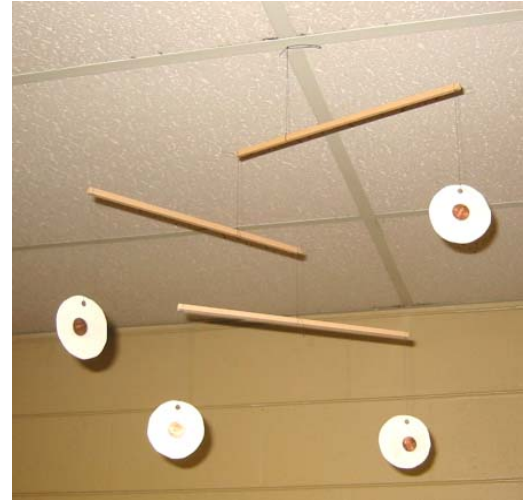
Rotatorisches Gleichgewicht: Eine Frage der Balance



Für Lehrer: Ressourcen für Lehrer

◆ Materialien

- Ressourcenblatt für Schüler und Schülerarbeitsblatt
- Je ein Balsaholzstab (6,35 mm x 6,35 mm x 91,44 cm) pro Mobile
- Acht kleine Münzen oder ähnliche Gegenstände gleichen Gewichts pro Mobile
- Faden (Zwirn) oder dünne Schnur
- Material, auf dem die Münzen befestigt werden können, z. B. Bastelpapier, Papp-Papier oder Posterkarton
- Marker
- Transparentes Klebeband oder Leim
- Schere
- Lineal mit Millimeter- und Zentimeterskala oder Messstab



◆ Behandelte Themen

Kräfte, Drehmomente, Vektoren, Freikörperbilder, rotatorisches Gleichgewicht, translatorisches Gleichgewicht, statisches Gleichgewicht, simultane Gleichungen, grafische Lösungen, Lösungen mit der Substitutionsmethode, Lösungen mit der Determinantenmethode, dynamische Kunst

◆ Verfahren

1. Gehen Sie die o. g. Themen vor der Aktivität mit der Klasse durch.
2. Teilen Sie das Informationsblatt für Schüler aus. (Hinweis: Dieses kann vor der Aktivität im Klassenzimmer als Leseaufgabe für zu Hause ausgeteilt werden.)
3. Bauen Sie ein Beispiel eines Mobiles für die Klasse.
4. Bilden Sie Kleingruppen zu je 3 oder 4 Schülern.
5. Stellen Sie jeder Gruppe die o. g. Materialien zur Verfügung und teilen Sie das Schülerarbeitsblatt aus.
6. Fordern Sie die Schüler und Schülerinnen auf, die Gesamtkraft F und die Positionen der Gleichgewichtspunkte vorherzusagen.
7. Die Teams bauen ihre Mobiles und justieren die Aufhängepunkte, bis das Mobile ausgewogen ist.
8. Die Schülerteams messen die tatsächlichen Werte der Größen X_1 , Y_1 , X_2 , Y_2 , X_3 und Y_3 und tragen diese in die Tabelle ein (siehe Schülerarbeitsblatt).
9. Die Schüler und Schülerinnen vergleichen die tatsächlichen mit den vorhergesagten Werten der Größen X_1 , Y_1 , X_2 , Y_2 , X_3 and Y_3 .
10. Die Ergebnisse werden in das Schülerarbeitsblatt eingetragen und der ganzen Gruppe zur Verfügung gestellt.

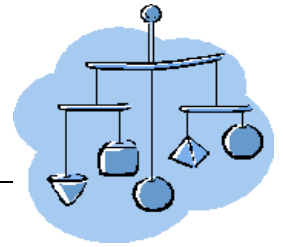
◆ Benötigte Zeit

Zwei Klassenstunden

◆ Vorschläge

- Teilen Sie das Ressourcen- und das Arbeitsblatt für die Schüler und Schülerinnen früher aus, damit diese sie am Abend vor der eigentlichen Klassenarbeit durchlesen können.

Rotatorisches Gleichgewicht: Eine Frage der Balance



Für Lehrer

Ressourcen für Lehrer:

◆ Optionen für eine individuelle Anpassung dieser Lektion

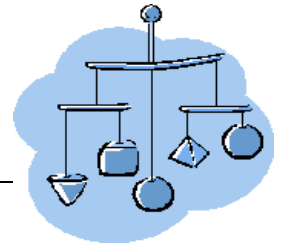
Die Lektion zum rotatorischen Gleichgewicht lässt sich recht einfach abändern, um den Anforderungen vieler verschiedener Schüler und Schülerinnen zu entsprechen. So wird zum Beispiel empfohlen, zum Lösen des Gleichungssatzes, anhand dessen die Gleichgewichtspunkte für jede Ebene vorhergesagt werden können, drei verschiedene Methoden anzuwenden: grafische Darstellung, Substitution und Determinanten. Indem das Problem mit mehr als nur einer Methode gelöst wird, kann demonstriert werden, dass zum Lösen eines bestimmten Problems mehrere Methoden angewandt werden können, wobei alle gültigen Methoden in den gleichen Antworten resultieren. Sie können diese Lektion ganz nach Wunsch auch zur Demonstration einer beliebigen Methode verwenden, die dem Material entspricht, das Sie den Schülern gerade vermitteln möchten, oder die angesichts des Kenntnisstandes Ihrer Schüler am besten geeignet ist.

Der zweite Teil dieser Aktivität, bei der die Mobiles mit aus zwei Münzen bestehenden Gewichten umgebaut werden, um die Auswirkung schwererer Gewichte auf die Unterschiede zwischen den vorhergesagten und den tatsächlichen Gleichgewichtspunkten zu analysieren, kann auch ausgelassen werden, wenn nicht genügend Zeit zur Verfügung steht.

◆ Weitere Aspekte

Bei der in dieser Lektion enthaltenen Analyse bleiben die Gewichte der horizontalen Balsaholzstäbe, an denen die Gewichte aufgehängt sind, unberücksichtigt. Dies ist legitim, weil das vom unausgewogenen Gewicht des Balsaholzes verursachte Drehmoment im Vergleich zu dem vom Gewicht der Münzen und Kartonausschnitte erzeugten Drehmoment vernachlässigt werden kann. Wenn das Gewicht der ausgeschnittenen Kartonteile durch Gebrauch von zwei Münzen anstatt nur einer erhöht wird, sollte das Gewicht des Balsaholzes selbst weiter an Bedeutung verlieren. Für die erste Ebene ist der Gleichgewichtspunkt die Mitte des Balsaholzes, weshalb das Gewicht des Balsaholzes selbst ohne Folgen ist. Für die zweite und dritte Ebene befinden sich die tatsächlichen Gleichgewichtspunkte jedoch näher an den vorhergesagten Gleichgewichtspunkten, wenn die Kartonausschnitte stärker belastet werden.

Rotatorisches Gleichgewicht: Eine Frage der Balance



Ressourcen für Lehrer: Konzepte und Definitionen

◆ Was ist ein Mobile?

Der Begriff „Mobile“ wurde 1932 von Marcel Duchamp zur Beschreibung des Frühwerks von Alexander Calder geprägt. Anfang der Dreißigerjahre des letzten Jahrhunderts experimentierte Calder mit Skulpturen, die sich mithilfe der Luftströmung eigenständig wellenförmig bewegten. Als Kind baute Calder dreidimensionale Spielsachen aus Draht. Im Jahr 1919 schloss er ein Maschinenbaustudium ab und begann damit, Grundsätze des Konstruktionswesens und der Physik in seiner Kunst umzusetzen. Schon früh schuf er hängende Skulpturen aus Draht und Metall, die später als Mobiles bekannt wurden. Die resultierenden Bewegungen und die Herausforderungen an die Wahrung des Gleichgewichts machten seine Schöpfungen außerordentlich interessant. Heutzutage sind Mobiles aus einer Vielfalt von Materialien in aller Welt als dekorative Kunstwerke anzutreffen. In einer besonders beliebten Anwendung werden Mobile zur visuellen Stimulation in Babybetten aufgehängt.

◆ Was ist das rotatorische Gleichgewicht?

Wenn ein Objekt sich im Gleichgewicht befindet, weist es keine Nettotendenz auf, sich zu bewegen oder sich zu verändern. Wenn keine resultierende Kraft eine geradlinige Bewegung des Objekts verursacht, sagt man, dass sich das Objekt im „translatorischen Gleichgewicht“ befindet. Wenn keine resultierende Kraft eine Drehbewegung des Objekts (Drehmoment) verursacht, sagt man, dass sich das Objekt im „rotatorischen Gleichgewicht“ befindet. Ein im Gleichgewicht befindliches Objekt ist im „statischen Gleichgewicht“. Ein Gleichgewichtszustand bedeutet nicht, dass sich keine Kräfte auf den jeweiligen Körper auswirken – er bedeutet aber, dass diese Kräfte ausgeglichen sind.

◆ Weitere Begriffe

Kraft: Eine Kraft ist ein physikalischer Einfluss, der eine Veränderung eines physikalischen Zustands erzeugt. Kraft ist gleich Masse mal Beschleunigung. Ein Kraft kann auch als Schub oder Zug definiert werden.

Drehmoment: Eine Kraft, die zur Erzeugung einer Drehbewegung neigt. Drehmoment ist gleich Kraft mal Abstand von der Kraft zur Mitte der Drehung.

Translatorisches Gleichgewicht: Translatorisches Gleichgewicht impliziert, dass die Summe aller sich auf ein Objekt auswirkenden äußeren Kräfte gleich null ist.

Gleichgewicht: Auf ein im Gleichgewicht befindliches Objekt wirken sich keine resultierenden Kräfte aus. Ein Objekt kann sich nur dann in einem Gleichgewichtszustand befinden, wenn es sich sowohl im translatorischen als auch im rotatorischen Gleichgewicht befindet, sodass die Summe aller Drehmomente gleich null ist.

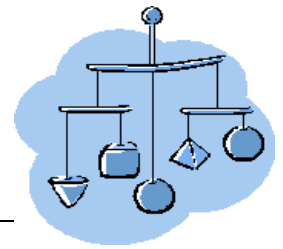
Statisches Gleichgewicht: Ein statisches Gleichgewicht liegt vor, wenn die Kräfte aller Bestandteile eines Systems ausgeglichen sind.

Vektoren: Ein Vektor ist eine zweidimensionale Größe: Länge und Richtung. Vektoren werden normalerweise als Pfeile gezeichnet. Sowohl Kraft als auch Drehmoment sind Vektorgrößen.

Freikörperbilder: Ein Freikörperbild ist ein Hilfsmittel zur Berechnung der auf ein Objekt ausgeübten resultierenden Kraft. Es handelt sich dabei um eine Zeichnung, die alle auf ein Objekt einwirkenden Kräfte darstellt.

Simultane Gleichungen: Simultane Gleichungen sind ein Satz Gleichungen, die die gleichen Variablen enthalten. Jede Lösung des Gleichungssatzes muss gleichzeitig auch eine Lösung jeder Gleichung im Satz sein.

Rotatorisches Gleichgewicht: Eine Frage der Balance



Ressourcen für Lehrer: Konzepte und Definitionen (Fortsetzung)

Grafische Lösungen: Eine Methode zum Ermitteln von Lösungen in einem Satz von simultanen Gleichungen, bei der in einem gewöhnlichen Diagramm die Kurven eingezeichnet werden, die den Gleichungen im Satz entsprechen, und dann die Punkte vermerkt werden, die allen Gleichungen gemeinsam sind. Die Koordinaten dieser gemeinsamen Punkte bzw. Schnittpunkte sind dann die Lösungen des Gleichungssatzes.

Substitutionsmethode: Eine Methode zum Ermitteln von Lösungen in einem Satz von simultanen Gleichungen, bei der eine Gleichung im Satz zur Definition einer bestimmten Variable im Verhältnis zu allen anderen Variablen verwendet wird und dann dieser definierende Ausdruck in eine andere Gleichung des Satzes eingesetzt wird. Anhand einer Reihe von solchen Substitutionen wird ein mathematischer Ausdruck ermittelt, der den Wert bzw. die Werte enthält, die dem Satz von Gleichungen für eine der Variablen entspricht. Diese tatsächlichen Werte werden dann wieder in eine oder mehrere der Gleichungen eingesetzt, um den Wert bzw. die Werte zu ermitteln, die dem Satz von Gleichungen für die restlichen Variablen entsprechen.

Determinantenmethode: Eine Methode zur Ermittlung von Lösungen in einem Satz simultaner Gleichungen, wobei die Gleichungen in Standardform geschrieben werden und die Formel für Lösungen mithilfe von Determinanten angewandt wird. Für diese Lektion haben die Gleichungen nur die beiden Variablen X und Y. Die Standardform der Gleichungen lautet wie folgt:

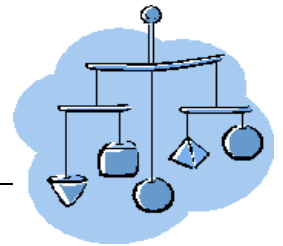
$$\begin{aligned}a_1X + b_1Y &= c_1 \\ a_2X + b_2Y &= c_2\end{aligned}$$

Die Formel für Lösungen mithilfe von Determinanten lautet wie folgt:

$$X = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \quad Y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

Dynamische Kunst Kunstobjekte, meist Skulpturen, die sich bewegende Elemente beinhalten. Diese Bewegung kann, wie im Fall von Windspielen und kleinen Mobiles, von Wind oder von anderen Quellen wie Elektromotoren, Schleifringläufern und anderen Mechanismen verursacht werden.

Rotatorisches Gleichgewicht: Eine Frage der Balance



Für Lehrer: Ressourcen für Lehrer Antworten

◆ Ebene 1

Das Addieren von Drehmomenten über dem Aufhängepunkt ergibt eine Beziehung (bzw. Gleichung), die aufgehen muss:

$$\text{Gl. (a)} \quad W X_1 = W Y_1, \text{ woraus folgt, dass } Y_1 = X_1.$$

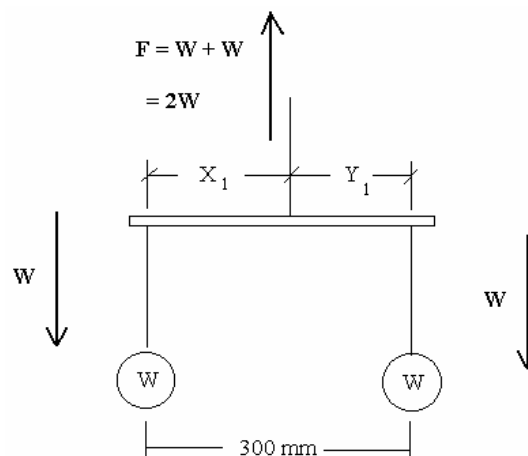
Die Dimensionen des Mobiles ergeben die Basis für eine zweite Beziehung zwischen X_1 und Y_1 , die aufgehen muss:

$$\text{Gl. (b)} \quad X_1 + Y_1 = 300 \text{ mm.}$$

Der Satz von Gleichungen kann gelöst werden, indem Gleichung (a) in Gleichung (b) eingesetzt wird:

$X_1 + X_1 = 300 \text{ mm}$, woraus folgt, dass $2X_1 = 300 \text{ mm}$, sodass $X_1 = 150 \text{ mm}$ und $Y_1 = 150 \text{ mm}$.

Das Addieren der vertikalen Kräfte ergibt: $F = W + W = 2W$.



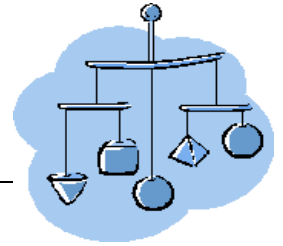
Gleichung (a) kann auch in Standardform geschrieben werden (Gleichung (b) ist bereits in Standardform ausgedrückt), um eine Lösung mit der Determinantenmethode zu ermöglichen.

$$\text{Gl. (a) wird anders angeordnet:} \quad X_1 - Y_1 = 0 \text{ mm}$$

$$\text{Gl. (b):} \quad X_1 + Y_1 = 300 \text{ mm}$$

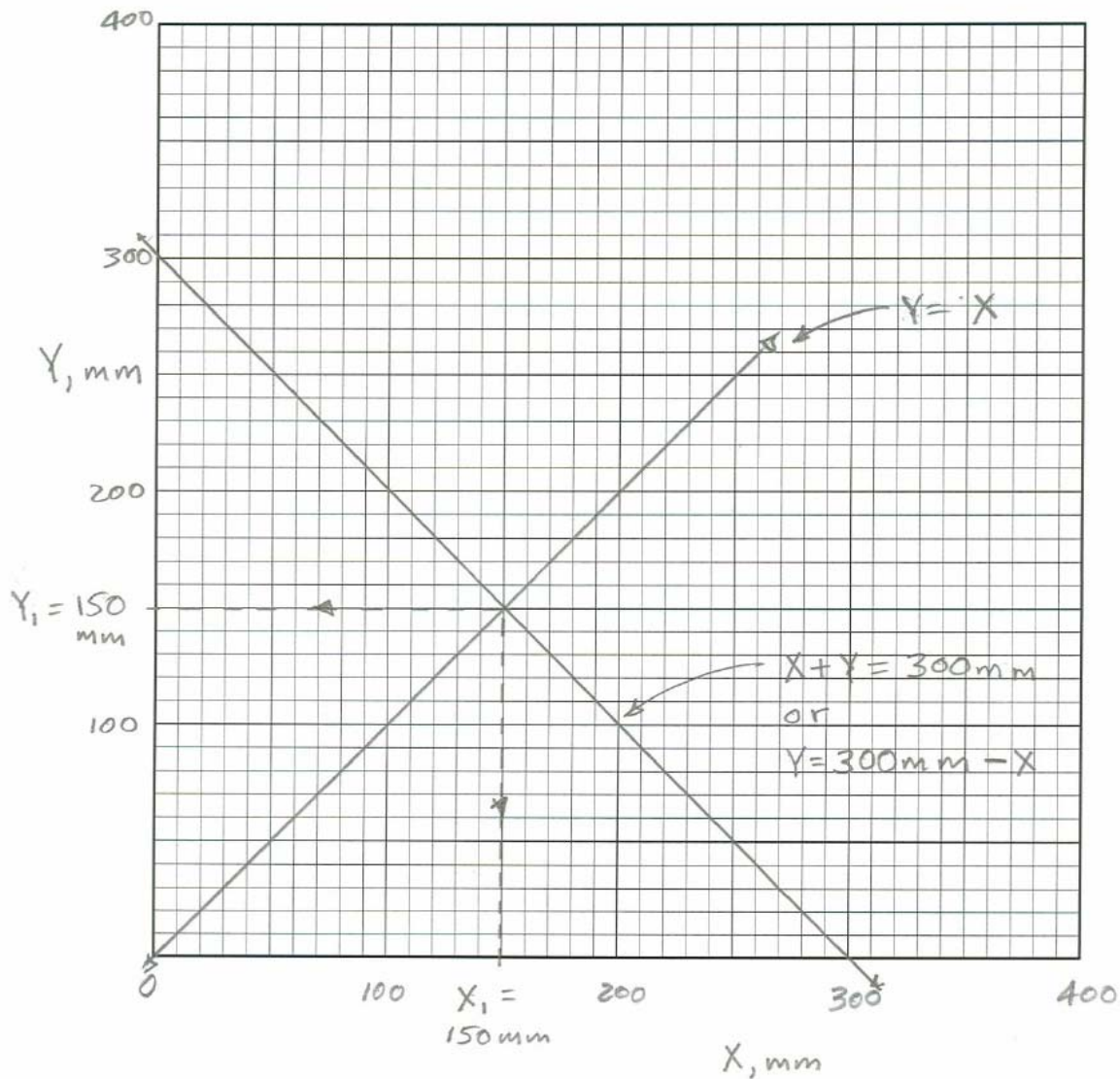
$$X_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 300 \text{ mm} & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{300 \text{ mm}}{2} = 150 \text{ mm} \quad Y_1 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \text{ mm} \\ 1 & 300 \text{ mm} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{300 \text{ mm}}{2} = 150 \text{ mm}$$

Rotatorisches Gleichgewicht: Eine Frage der Balance



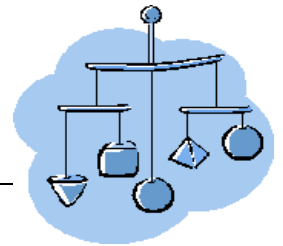
Für Lehrer:
Ressourcen für Lehrer
Antworten (Fortsetzung)

◆ Grafische Lösung für Ebene 1



Grafische Lösung für Ebene 1

Rotatorisches Gleichgewicht: Eine Frage der Balance



Für Lehrer: Ressourcen für Lehrer Antworten

◆ Ebene 2

Das Addieren von Drehmomenten über dem Aufhängepunkt ergibt eine Beziehung (bzw. Gleichung), die aufgehen muss:

$$\text{Gl. (c)} \quad 2W X_2 = W Y_2, \text{ woraus folgt, dass } Y_2 = 2X_2.$$

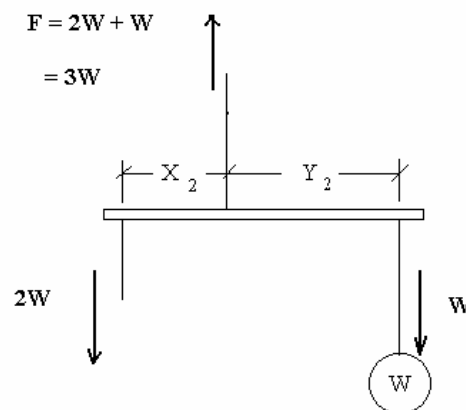
Die Dimensionen des Mobiles ergeben die Basis für eine zweite Beziehung zwischen X_2 und Y_2 , die aufgehen muss:

$$\text{Gl. (d)} \quad X_2 + Y_2 = 300 \text{ mm.}$$

Der Satz von Gleichungen kann gelöst werden, indem Gleichung (c) in Gleichung (d) eingesetzt wird:

$$X_2 + 2X_2 = 300 \text{ mm, woraus folgt, dass } 3X_2 = 300 \text{ mm, sodass } X_2 = 100 \text{ mm and } Y_2 = 200 \text{ mm.}$$

Das Addieren der vertikalen Kräfte ergibt: $F = 2W + W = 3W$.



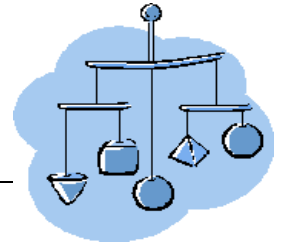
Gleichung (c) kann auch in Standardform geschrieben werden (Gleichung (d) ist bereits in Standardform ausgedrückt), um eine Lösung mit der Determinantenmethode zu ermöglichen.

$$\text{Gl. (c) wird anders angeordnet:} \quad 2X_2 - Y_2 = 0 \text{ mm.}$$

$$\text{Gl. (d)} \quad X_2 + Y_2 = 300 \text{ mm.}$$

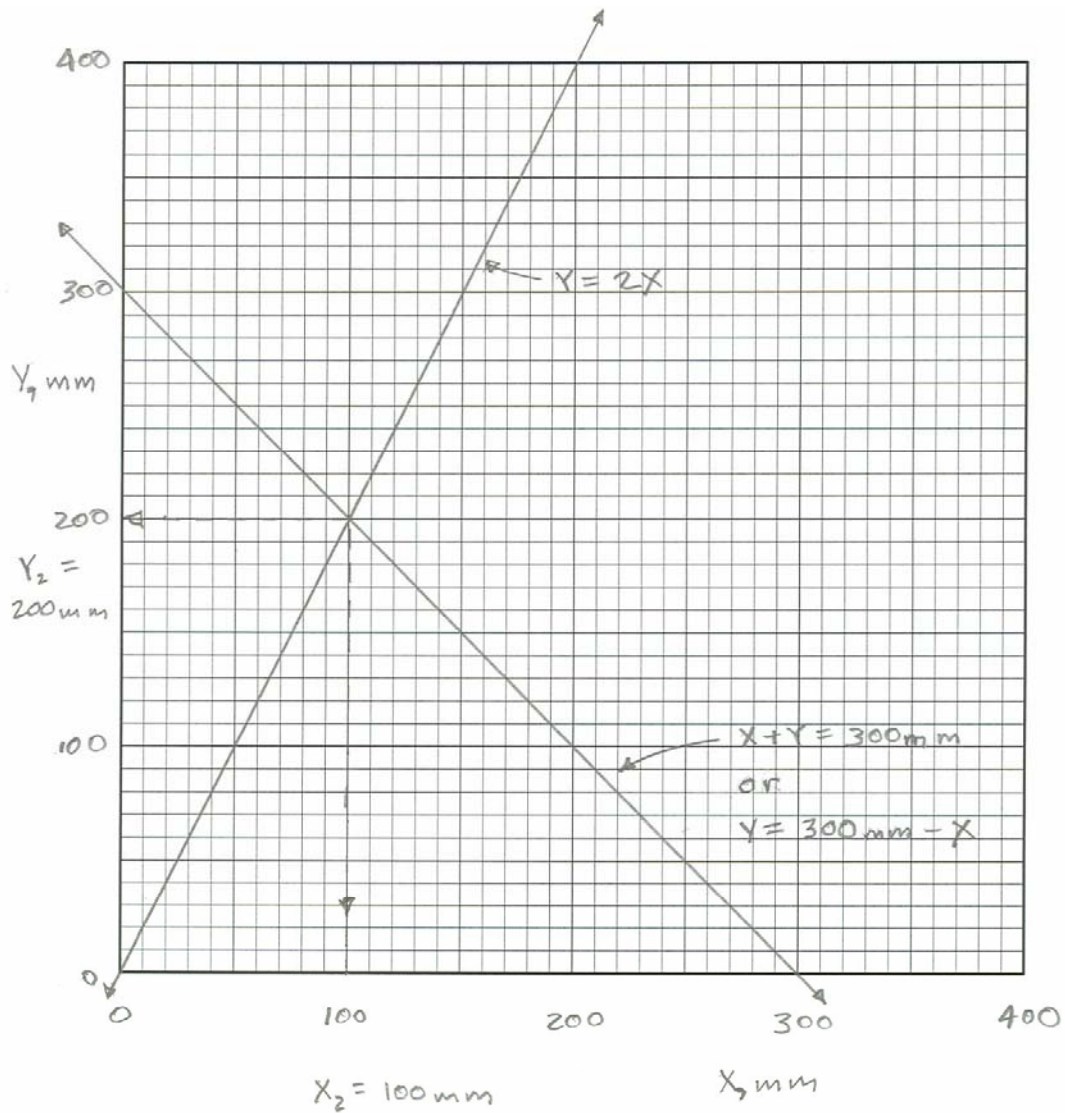
$$X_2 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 300\text{mm} & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{300\text{mm}}{3} = 100\text{mm} \quad Y_2 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 0\text{mm} \\ 1 & 300\text{mm} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{600\text{mm}}{3} = 200\text{mm}$$

Rotatorisches Gleichgewicht: Eine Frage der Balance



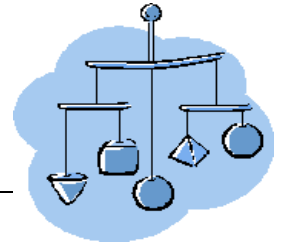
Für Lehrer:
Ressourcen für Lehrer
Antworten (Fortsetzung)

◆ Grafische Lösung für Ebene 2



Grafische Lösung für Ebene 2

Rotatorisches Gleichgewicht: Eine Frage der Balance



**Für Lehrer:
Ressourcen für Lehrer
Antworten**

◆ Ebene 3

Das Addieren von Drehmomenten über dem Aufhängepunkt ergibt eine Beziehung (bzw. Gleichung), die aufgehen muss:

$$\text{Gl. (e)} \quad 3W X_3 = W Y_3, \text{ woraus folgt, dass } Y_3 = 3X_3.$$

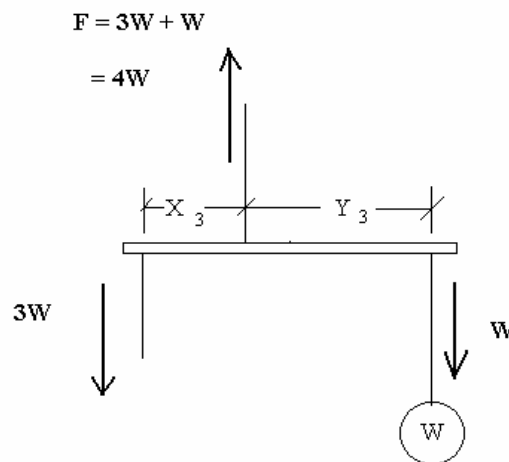
Die Dimensionen des Mobiles ergeben die Basis für eine zweite Beziehung zwischen X_3 und Y_3 , die aufgehen muss:

$$\text{Gl. (f)} \quad X_3 + Y_3 = 300 \text{ mm.}$$

Der Satz von Gleichungen kann gelöst werden, indem Gleichung (e) in Gleichung (f) eingesetzt wird:

$X_3 + 3X_3 = 300 \text{ mm}$, woraus folgt, dass $4X_3 = 300 \text{ mm}$, sodass $X_3 = 75 \text{ mm}$ and $Y_3 = 225 \text{ mm}$.

Das Addieren der vertikalen Kräfte ergibt: $F = 3W + W = 4W$.



Gleichung (e) kann auch in Standardform geschrieben werden (Gleichung (f) ist bereits in Standardform ausgedrückt), um eine Lösung mit der Determinantenmethode zu ermöglichen.

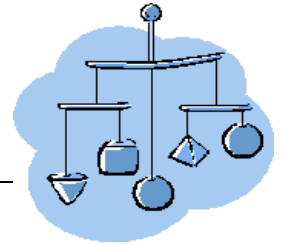
$$\text{Gl. (e) wird anders angeordnet:} \quad 3X_3 - Y_3 = 0 \text{ mm.}$$

$$\text{Gl. (f):} \quad X_3 + Y_3 = 300 \text{ mm.}$$

$$X_3 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 300\text{mm} & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{300\text{mm}}{4} = 75\text{mm}$$

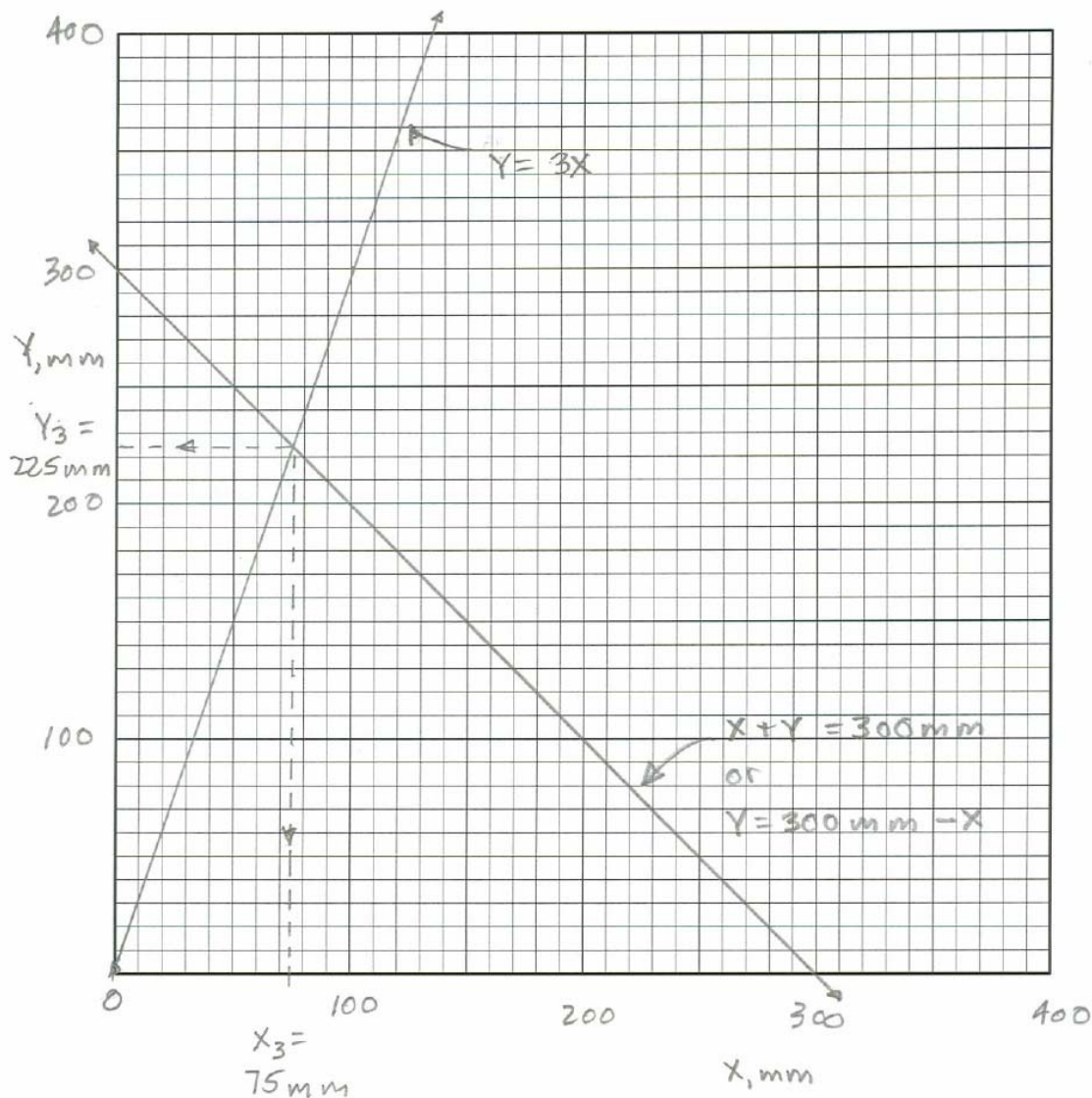
$$Y_3 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 0\text{mm} \\ 1 & 300\text{mm} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{900\text{mm}}{4} = 225\text{mm}$$

Rotatorisches Gleichgewicht: Eine Frage der Balance



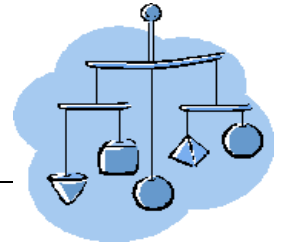
Für Lehrer:
Ressourcen für Lehrer
Antworten (Fortsetzung)

◆ Grafische Lösung für Ebene 3



Grafische Lösung für Ebene 3

Rotatorisches Gleichgewicht: Eine Frage der Balance



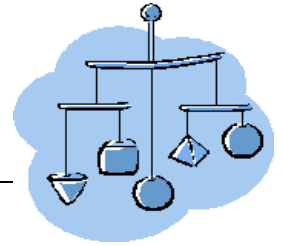
**Für Lehrer:
Ressourcen für Lehrer
Antworten (Fortsetzung)**

◆ Daten und Ergebnisse

Tabelle – Ergebnisse			
	Ebene 1	Ebene 2	Ebene 3
Vorausgesagtes X	150 mm	100 mm	75 mm
Vorausgesagtes Y	150 mm	200 mm	225 mm
Vorausgesagte Kraft F	2 W	3 W	4 W
Ergebnisse, 1 Münze			
Gemessenes X			
Gemessenes Y			
Differenz X, %			
Differenz Y, %			
Ergebnisse, 2 Münzen			
Gemessenes X			
Gemessenes Y			
Differenz X, %			
Differenz Y, %			

Tragen Sie alle Abmessungen auf den nächsten ganzen Millimeter gerundet ein.

Rotatorisches Gleichgewicht: Eine Frage der Balance



Ressource für Schüler: Konzepte und Definitionen

◆ Was ist ein Mobile?

Der Begriff „Mobile“ wurde 1932 von Marcel Duchamp zur Beschreibung des Frühwerks von Alexander Calder geprägt. Anfang der Dreißigerjahre des letzten Jahrhunderts experimentierte Calder mit Skulpturen, die sich mithilfe der Luftströmung eigenständig wellenförmig bewegten. Als Kind baute Calder dreidimensionale Spielsachen aus Draht. Im Jahr 1919 schloss er ein Maschinenbaustudium ab und begann damit, Grundsätze des Konstruktionswesens und der Physik in seiner Kunst umzusetzen. Schon früh schuf er hängende Skulpturen aus Draht und Metall, die später als Mobiles bekannt wurden. Die resultierenden Bewegungen und die Herausforderungen an die Wahrung des Gleichgewichts machten seine Schöpfungen außerordentlich interessant. Heutzutage sind Mobiles aus einer Vielfalt von Materialien in aller Welt als dekorative Kunstwerke anzutreffen. In einer besonders beliebten Anwendung werden Mobile zur visuellen Stimulation in Babybetten aufgehängt.

◆ Was ist das rotatorische Gleichgewicht?

Wenn ein Objekt sich im Gleichgewicht befindet, weist es keine Nettotendenz auf, sich zu bewegen oder sich zu verändern. Wenn keine resultierende Kraft eine geradlinige Bewegung des Objekts verursacht, sagt man, dass sich das Objekt im „translatorischen Gleichgewicht“ befindet. Wenn keine resultierende Kraft eine Drehbewegung des Objekts (Drehmoment) verursacht, sagt man, dass sich das Objekt im „rotatorischen Gleichgewicht“ befindet. Ein im Gleichgewicht befindliches Objekt ist im „statischen Gleichgewicht“. Ein Gleichgewichtszustand bedeutet nicht, dass sich keine Kräfte auf den jeweiligen Körper auswirken – er bedeutet aber, dass diese Kräfte ausgeglichen sind.

◆ Weitere Begriffe

Kraft: Eine Kraft ist ein physikalischer Einfluss, der eine Veränderung eines physikalischen Zustands erzeugt. Kraft ist gleich Masse mal Beschleunigung. Ein Kraft kann auch als Schub oder Zug definiert werden.

Drehmoment: Eine Kraft, die zur Erzeugung einer Drehbewegung neigt. Drehmoment ist gleich Kraft mal Abstand von der Kraft zur Mitte der Drehung.

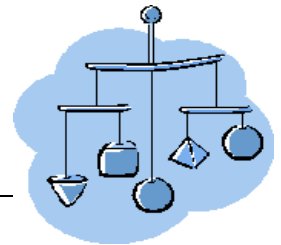
Translatorisches Gleichgewicht: Translatorisches Gleichgewicht impliziert, dass die Summe aller sich auf ein Objekt auswirkenden äußeren Kräfte gleich null ist.

Gleichgewicht: Auf ein im Gleichgewicht befindliches Objekt wirken sich keine resultierenden Kräfte aus. Ein Objekt kann sich nur dann in einem Gleichgewichtszustand befinden, wenn es sich sowohl im translatorischen als auch im rotatorischen Gleichgewicht befindet, sodass die Summe aller Drehmomente gleich null ist.

Statisches Gleichgewicht: Ein statisches Gleichgewicht liegt vor, wenn die Kräfte aller Bestandteile eines Systems ausgeglichen sind.

Vektoren: Ein Vektor ist eine zweidimensionale Größe: Länge und Richtung. Vektoren werden normalerweise als Pfeile gezeichnet. Sowohl Kraft als auch Drehmoment sind Vektorgrößen.

Rotatorisches Gleichgewicht: Eine Frage der Balance



Ressource für Schüler: Konzepte und Definitionen (Fortsetzung)

Freikörperbilder: Ein Freikörperbild ist ein Hilfsmittel zur Berechnung der auf ein Objekt ausgeübten resultierenden Kraft. Es handelt sich dabei um eine Zeichnung, die alle auf ein Objekt einwirkenden Kräfte darstellt.

Simultane Gleichungen: Simultane Gleichungen sind ein Satz von Gleichungen, die die gleichen Variablen enthalten. Jede Lösung des Gleichungssatzes muss gleichzeitig auch eine Lösung jeder Gleichung im Satz sein.

Grafische Lösungen: Eine Methode zum Ermitteln von Lösungen in einem Satz von simultanen Gleichungen, bei der in einem gewöhnlichen Diagramm die Kurven eingezeichnet werden, die den Gleichungen im Satz entsprechen, und dann die Punkte vermerkt werden, die allen Gleichungen gemeinsam sind. Die Koordinaten dieser gemeinsamen Punkte bzw. Schnittpunkte sind dann die Lösungen des Gleichungssatzes.

Substitutionsmethode: Eine Methode zum Ermitteln von Lösungen in einem Satz von simultanen Gleichungen, bei der eine Gleichung im Satz zur Definition einer bestimmten Variable im Verhältnis zu allen anderen Variablen verwendet wird und dann dieser definierende Ausdruck in eine andere Gleichung des Satzes eingesetzt wird. Anhand einer Reihe von solchen Substitutionen wird ein mathematischer Ausdruck ermittelt, der den Wert bzw. die Werte enthält, die dem Satz von Gleichungen für eine der Variablen entspricht. Diese tatsächlichen Werte werden dann wieder in eine oder mehrere der Gleichungen eingesetzt, um den Wert bzw. die Werte zu ermitteln, die dem Satz von Gleichungen für die restlichen Variablen entsprechen.

Determinantenmethode: Eine Methode zur Ermittlung von Lösungen in einem Satz simultaner Gleichungen, wobei die Gleichungen in Standardform geschrieben werden und die Formel für Lösungen mithilfe von Determinanten angewandt wird. Für diese Lektion haben die Gleichungen nur die beiden Variablen X und Y. Die Standardform der Gleichungen lautet wie folgt:

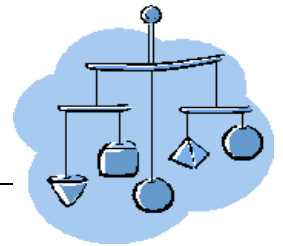
$$\begin{aligned}a_1X + b_1Y &= c_1 \\ a_2X + b_2Y &= c_2\end{aligned}$$

Die Formel für Lösungen anhand von Determinanten lautet wie folgt:

$$X = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \quad Y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

Dynamische Kunst: Kunstobjekte, meist Skulpturen, die sich bewegende Elemente beinhalten. Diese Bewegung kann, wie im Fall von Windspielen und kleinen Mobiles, von Wind oder von anderen Quellen wie Elektromotoren, Schleifringläufern und anderen Mechanismen verursacht werden.

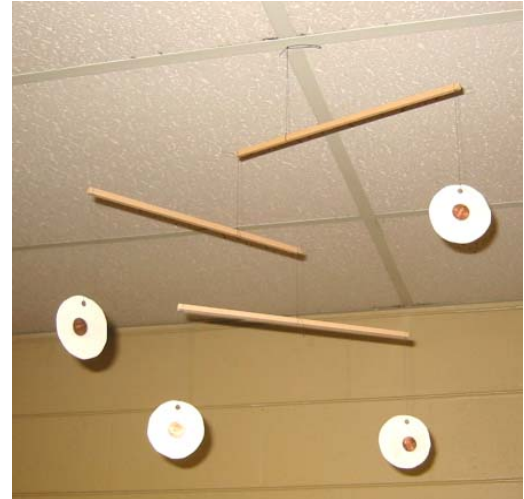
Rotatorisches Gleichgewicht: Eine Frage der Balance



Schülerarbeitsblatt:

◆ Materialien

- Ressourcenblatt für Schüler und Schülerarbeitsblatt
- Je ein Balsaholzstab (6,35 mm x 6,35 mm x 91,44 cm) pro Mobile
- Acht kleine Münzen oder ähnliche Gegenstände gleichen Gewichts pro Mobile
- Faden (Zwirn) oder dünne Schnur
- Material, auf dem die Münzen befestigt werden können, z. B. Bastelpapier, Papp-Papier oder Posterkarton
- Marker
- Transparentes Klebeband oder Leim
- Schere
- Lineal mit Millimeter- und Zentimeterskala oder Messstab



◆ Erster Schritt: Bereite das Material vor

Die horizontalen Bauglieder des Mobiles bestehen aus 6,35 x 6,35 mm großem Balsaholz. Schneide drei 31 cm lange Stücke zurecht. Markiere den Mittelpunkt jedes horizontalen Bauglieds und zeichne dann, beginnend in der Mitte, in beiden Richtungen alle 1,5 cm eine Markierung entlang dem horizontalen Bauglied ein. Der Abstand zwischen den Gewichten beträgt in allen Fällen 30 cm (300 mm).

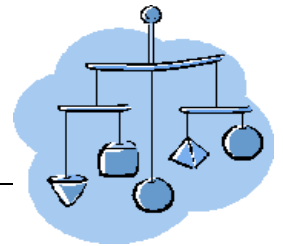
Fertige die einzelnen Gewichte aus einem Posterkarton oder einem Stück Pappkarton an. Klebe eine einzelne Münze auf jeden Ausschnitt (mit Klebeband oder Leim). Verwende Münzen des gleichen Prägejahrs, um sicherzustellen, dass sie alle gleich viel wiegen. Hänge die ausgeschnittenen Teile mit einer leichten Schnur oder einem Faden von den horizontalen Baugliedern.

◆ Zweiter Schritt: Vorhersagen des Teams

Sagt die Gesamtkraft F und die Positionen der Gleichgewichtspunkte vorher.

Schätzt die Größen X_1 , Y_1 , X_2 , Y_2 , X_3 und Y_3 sowie die Kräfte F_1 , F_2 oder F_3 in den tragenden Hauptfäden als „ W “, bevor ihr das Mobile zusammenbaut. Ignoriert bei diesen vorläufigen Schätzungen das Gewicht der horizontalen Bauglieder und der Schnur bzw. des Fadens. Zeichnet Freikörperbilder für jede Ebene und zeigt alles, woran ihr gearbeitet habt. Tragt eure Schätzwerte in die Tabelle ein. Zur Ermittlung von „ X “ und „ Y “ wird ein Satz simultaner Gleichungen benötigt. Überprüft eure Antworten für jede Ebene des Mobiles, indem ihr auf dem an euch ausgeteilten Millimeterpapier die von jeder Gleichung definierte lineare Funktion einzeichnet. Die Lösung entspricht den Koordinaten der Schnittstelle der zwei Linien, die die zwei Gleichungen repräsentieren.

Rotatorisches Gleichgewicht: Eine Frage der Balance



Schülerarbeitsblatt: (Fortsetzung)

◆ Dritter Schritt: Baut euer Mobile

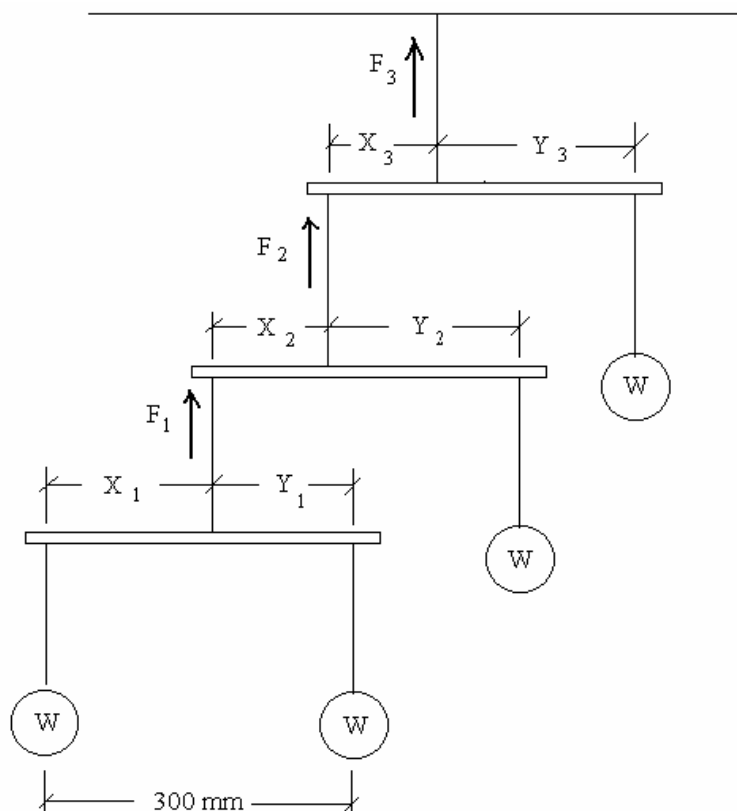
Baut das Mobile und justiert die Aufhängepunkte, bis das Mobile ausgewogen ist.

◆ Vierter Schritt: Notiert die tatsächlichen Ergebnisse

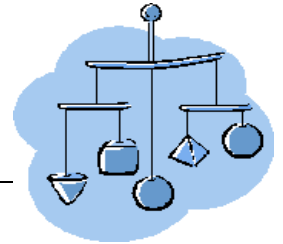
Messt die tatsächlichen Werte der Größen X_1 , Y_1 , X_2 , Y_2 , X_3 und Y_3 und tragt diese in die Tabelle ein.

◆ Fünfter Schritt: Analysiert eure Ergebnisse

Vergleicht die tatsächlichen mit den vorhergesagten Werten der Größen X_1 , Y_1 , X_2 , Y_2 , X_3 and Y_3 . Berechnet die Differenz (als Prozentsatz der vorausgesagten Werte) zwischen den vorhergesagten und gemessenen Größen X_1 , Y_1 , X_2 , Y_2 , X_3 and Y_3 . Zeigt eure gesamte Arbeit. Erklärt die Unterschiede. Meint ihr, dass eure vorhergesagten und tatsächlichen Längen näher beieinander oder weiter auseinander liegen würden, wenn die Gewichte schwerer wären? Testet eure Antworten, indem ihr jedem ausgeschnittenen Kartenteil eine zweite Münze hinzufügt und die Messungen wiederholt. Tragt eure neuen Ergebnisse in die Tabelle ein.



Rotatorisches Gleichgewicht: Eine Frage der Balance



Schülerarbeitsblatt: (Fortsetzung)

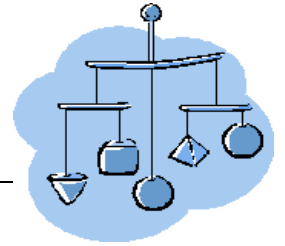
◆ Daten und Ergebnisse

Tabelle – Ergebnisse			
	Ebene 1	Ebene 2	Ebene 3
Vorausgesagtes X			
Vorausgesagtes Y			
Vorausgesagte Kraft F			
Ergebnisse, 1 Münze			
Gemessenes X			
Gemessenes Y			
Differenz X, %			
Differenz Y, %			
Ergebnisse, 2 Münzen			
Gemessenes X			
Gemessenes Y			
Differenz X, %			
Differenz Y, %			



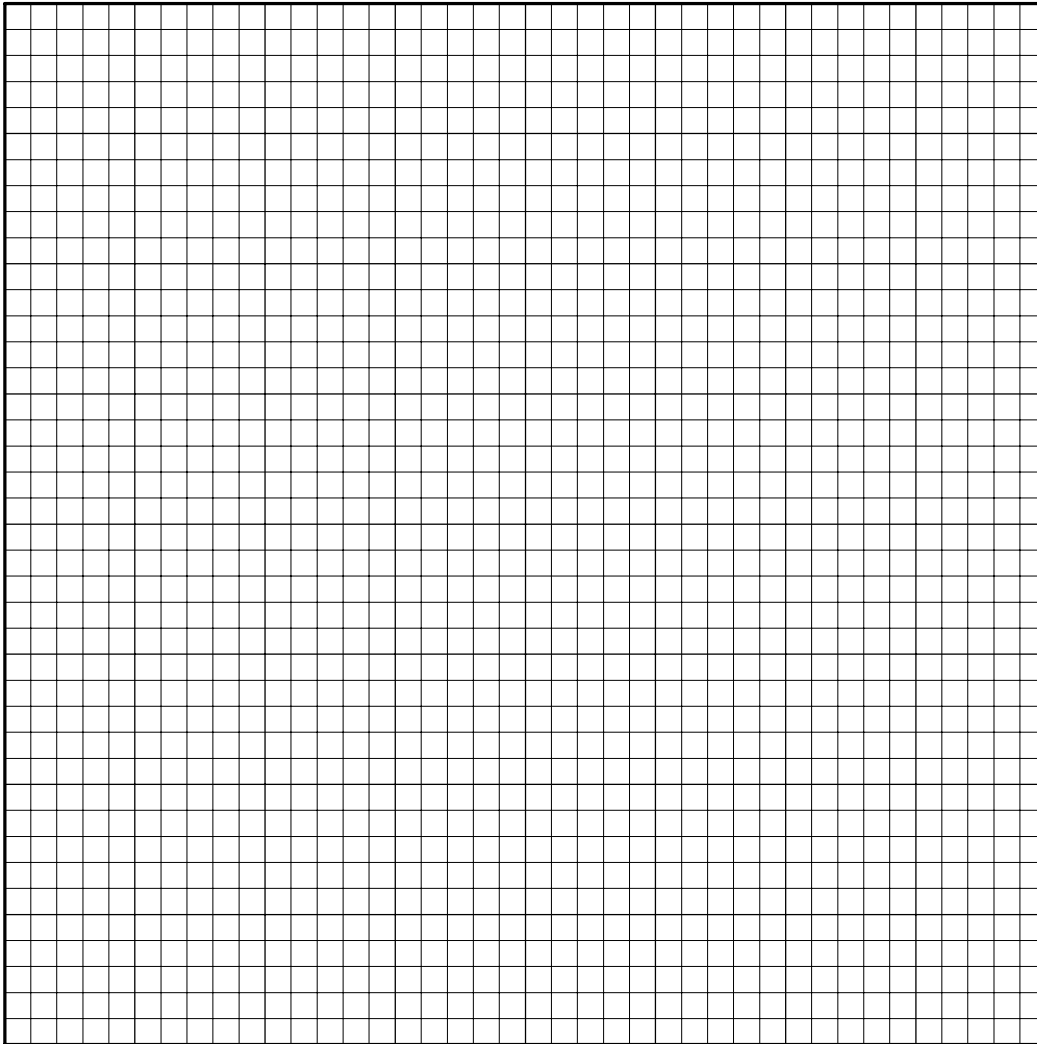
Tragt alle Abmessungen auf den nächsten ganzen Millimeter gerundet ein.

Rotatorisches Gleichgewicht: Eine Frage der Balance

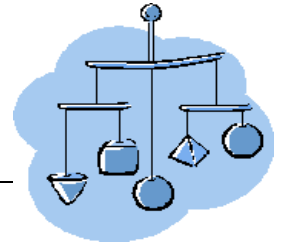


Schülerarbeitsblatt:
(Fortsetzung)

◆ Grafische Darstellung der Gleichungen für Ebene 1

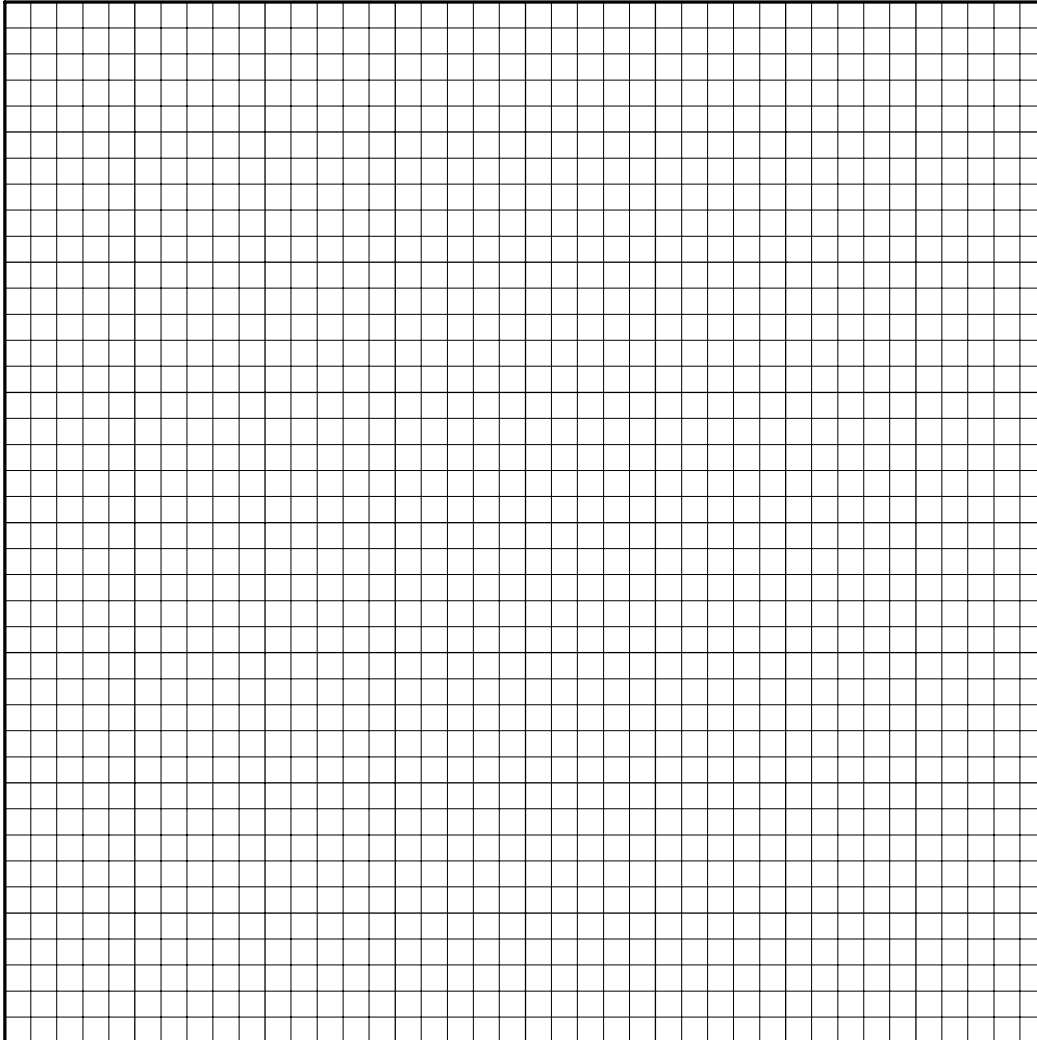


Rotatorisches Gleichgewicht: Eine Frage der Balance

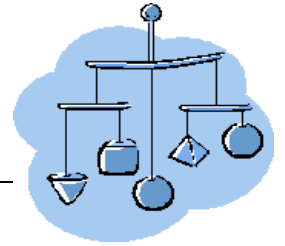


Schülerarbeitsblatt:
(Fortsetzung)

◆ Grafische Darstellung der Gleichungen für Ebene 2



Rotatorisches Gleichgewicht: Eine Frage der Balance



Schülerarbeitsblatt:
(Fortsetzung)

◆ Grafische Darstellung der Gleichungen für Ebene 3

